

幾何試験(谷山) = 時間  
一年理I 4科目

心算用紙一枚

1 次ノ行列式ヲ計算セヨ

$$\begin{vmatrix} 2 & & & \\ & 2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 2 \end{vmatrix}$$

( $n$ 次正対角行列  
対角線ニハ2  
ソノ他ノ成分ハ1)

(出来ナイ人ハ  $n=4$  ノキヲヤルコト)

2  $A = \begin{pmatrix} a_1 & & 0 \\ & a_2 & \\ 0 & & \ddots \\ & & & a_n \end{pmatrix}$  トシ,  $a_i \neq a_j$  ( $i \neq j$ ) トスルトキ,

$(n, n)$ -型行列  $B$  テ,  $BA = AB$  トナルモノハ,  
ドウシテナルカ。(一般ノ形ヲ求メヨ)

3. i)  $S$  ヲ  $n$ 次元 Vector 空間,  $\alpha$  ヲ  $\rightarrow$ ノ一次変換トスル  
トキ,  $\alpha$  ヲ表ス行列ノ行列式ハ, base ノトリ方 = ヲラフ  
イコトヲ証明セヨ (一ツノ base テ"  $\alpha \leftrightarrow A$ , 他ノ base テ"  
 $\alpha \leftrightarrow B$  トナルトキ  $|A| = |B|$  トナルコト). コノ値ヲ  $\alpha$  ノ行列式  
トイフコトモアル (常 =)

ii)  $S \ni \sigma_1, \dots, \sigma_n$  テ,  $\alpha(\sigma_i) = a_i \sigma_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) ト  
ナルモノガアリ, シカモ  $\sigma_1, \dots, \sigma_n$  ガ一次独立ナルト  
スルトキ,  $\alpha$  ノ行列式ヲ求メヨ

iii) ii) = オイテ更 =  $a_i \neq a_j$  ( $i \neq j$ ) トナルバ,  $\sigma_1, \dots, \sigma_n$   
ハ, 必然的ニ一次独立ナルコトヲ証明セヨ

4  $A$  ヲ  $(n, m)$  型ノ行列,  $A$  ノ rank =  $r$  トスルトキ,  
 $(n, m)$  型ノ正対角行列  $B$  ノ rank  $> n-r$  ナラバ,  
常 =  $BA \neq 0$  テ"アルコトヲ証明セヨ.

一ヲ, rank =  $n-r$  ノ  $B$  ヲ適當ニトシバ,  $BA = 0$   
トスルコトガテ"キルコトヲ証明セヨ

# 解析試験 (谷山)

答案用紙3枚  
計算用紙2枚

S I, 7, 8 組, 2 時間.

1.  $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1+x^2}}$  を求めよ.

2.  $\sqrt[5]{1+x}$  の展開式を用いて  $\sqrt[5]{100}$  の小数第4

位まで正確に計算せよ

(ヒント: 適当な有理数  $a = \epsilon$ )  $100 = a^5 + b =$

$a^5(1 + \frac{b}{a^5})$  とスル)

3. 0 の近傍で収斂スル級数  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  が、

微分方程式

$$x \frac{d^2 f(x)}{dx^2} + (1+m) \frac{df(x)}{dx} - f(x) = 0$$

が満すとき、この級数の係数を定め、また収斂半径

を求めよ。ただし  $f(0) = 1$  とし、また  $m$  は負の整数

4.  $(x, y, z)$  を三次元空間の直交座標とスル。

$C$  を空間曲線とし、 $C$  を  $x, y$ -平面への正射影を

$C_1$  とスル。また  $C$  上の点  $P, Q$  を、 $x, y$ -平面への正射

影を  $P_1, Q_1$  と書ク。  $C$  の各点における接線が

$x, y$ -平面に平行でも垂直でもなす。また、

$C$  の各点  $P$  における法線、 $x, y$ -平面への正射

影が常に、 $(C_1, P_1)$  における法線となす。

平面曲線

イルトスレバ、点  $P$  から  $Q$  まで  $C$  の長さと、 $P_1$  から

$Q_1$  まで  $C_1$  の長さの比が、 $P, Q$  をヨラス一定で

アルコト、また  $P$  における  $C$  の曲率と  $P_1$  における  $C_1$

の曲率の比が  $P$  をヨラス一定でアルコトヲ証明セヨ。